CORREÇÃO
Exame de Admissão - Matemática
Academia de Ciências Policiais (ACIPOL)
2023

FILOSCHOOL

Guião de Correção

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões de Múltipla Escolha

Questão 1

Resolução:

Para escrever um número em notação científica, colocamos o primeiro dígito significativo antes da vírgula e os restantes após a vírgula, multiplicando pela potência de 10 apropriada.

$$0{,}0000000045 = 4{,}5 \times 10^{-9}$$

Contamos 9 casas decimais até chegar ao primeiro dígito significativo (4).

Resposta: E) $4{,}5 \times 10^{-9}$

Questão 2

Resolução:

Calculamos cada termo usando as propriedades das potências: $a^{1/2} = \sqrt{a}$, $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

$$\begin{aligned} M &= 4^{1/2} - 5^0 + 12 \cdot 3^{-1} + 2^4 \\ &= \sqrt{4} - 1 + 12 \cdot \frac{1}{3} + 16 \\ &= 2 - 1 + 4 + 16 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Resposta: D) 21

Questão 3

Resolução:

Calculamos cada expressão separadamente, prestando atenção aos sinais e parênteses.

$$\begin{aligned} A &= (-3)^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5 \\ B &= -3^2 + (-2)^2 = -9 + 4 = -5 \\ C &= (-3 - 2)^2 = (-5)^2 = 25 \\ C + A \times B &= 25 + 5 \times (-5) = 25 - 25 = 0 \end{aligned}$$

Resposta: A) 0

Questão 4

Resolução:

Moçambique alcançou a independência em 1975. Convertemos para algarismos romanos:

$$\begin{aligned}1975 &= 1000 + 900 + 70 + 5\\ &= M + CM + LXX + V\\ &= MCMLXXV\end{aligned}$$

Resposta: D) MCMLXXV

Questão 5

Resolução:

Para identificar qual expressão não é um número real, analisamos cada uma:
A raiz par de um número negativo não existe no conjunto dos números reais.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1/2} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{-\frac{1}{2}}}$$

Como $\sqrt{-\frac{1}{2}}$ não é real, esta expressão não é um número real.

Resposta: E) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1/2}$

Questão 6

Resolução:

Se $0 < a < b < 1$, então o produto $a \cdot b$ será menor que ambos a e b, pois multiplicar por um número entre 0 e 1 diminui o valor.

Como $a \cdot b < a < b < 1$ e $a \cdot b > 0$, o produto $a \cdot b$ situa-se entre 0 e a.

Resposta: B) Entre 0 e a

Questão 7

Resolução:

Primeiro identificamos os conjuntos e depois calculamos a operação pedida.

$$\begin{aligned}A &= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\} \text{ (números naturais ímpares)}\\ B &= \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}\\ C &= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 5\} = [5, +\infty[\\ A \cap B &= \{1, 3, 5, 7\}\\ (A \cap B) \setminus C &= \{1, 3, 5, 7\} \setminus [5, +\infty[= \{1, 3\}\\ \text{Soma:}\quad 1 + 3 &= 4\end{aligned}$$

Resposta: A) 4

Questão 8

Resolução:

Para encontrar a fração da obra feita pelo terceiro operário, somamos as frações dos dois primeiros e subtraímos de 1 (obra completa).

$$\begin{aligned} \text{Primeiro operário:} &\quad 25\% = \frac{1}{4} \\ \text{Segundo operário:} &\quad \frac{2}{3} \\ \text{Total dos dois primeiros:} &\quad \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12} \\ \text{Terceiro operário:} &\quad 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Resposta: A) $\frac{1}{12}$

Questão 9

Resolução:

Na promoção "Compre um e leve outro pela metade do preço", o cliente paga $1+0{,}5 = 1{,}5$ e leva 2 produtos, obtendo desconto de 25% no total.

Para o mesmo desconto percentual, precisa pagar 75% de 4 produtos = 3 produtos.

Resposta: E) Leve quatro e pague três

Questão 10

Resolução:

Para racionalizar uma expressão com diferença de radicais no denominador, multiplicamos numerador e denominador pelo conjugado.

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} &= \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} \\ &= \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{7-5} \\ &= \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{2} \\ &= \sqrt{7}+\sqrt{5} \end{aligned}$$

Resposta: E) $\sqrt{7}+\sqrt{5}$

Questão 11

Resolução:

Para encontrar quando voltarão a trabalhar juntos, calculamos o mínimo múltiplo comum (MMC) dos períodos.

$$\begin{aligned} \text{Período do cabo:} &\quad \text{10 dias} \\ \text{Período do soldado:} &\quad \text{4 dias} \\ \text{MMC}(10, 4) &= \text{20 dias} \end{aligned}$$

Resposta: D) 20 dias

Questão 12

Resolução:

Para encontrar que fração a idade do garoto representa da idade média dos homens, dividimos as idades.

$$\text{Fração} = \frac{\text{idade do garoto}}{\text{idade média dos homens}} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

Resposta: C) $\frac{1}{5}$

Questão 13

Resolução:

Para minimizar o número de alunas no trabalho comunitário, maximizamos o número de alunos (homens) participantes.

$$\begin{aligned} \text{Total de estudantes:} &\quad 22 + 18 = 40 \\ \text{Participantes (60\%):} &\quad 0{,}6 \times 40 = 24 \\ \text{Máximo de alunos:} &\quad 22 \\ \text{Mínimo de alunas:} &\quad 24 - 22 = 2 \end{aligned}$$

Resposta: B) 2

Questão 14

Resolução:

Para um triângulo isósceles com dois lados iguais, usamos a relação: perímetro = base + 2 × lado igual.

$$\begin{aligned} \text{Perímetro} &= 80\text{cm} \\ \text{Base} &= 20\text{cm} \\ 80 &= 20 + 2 \times \text{lado} \\ 60 &= 2 \times \text{lado} \\ \text{Lado} &= 30\text{cm} = 0{,}3\text{m} \end{aligned}$$

Resposta: A) 0,3m

Questão 15

Resolução:

Para encontrar a proposição equivalente a $p\wedge \sim q$, usamos as equivalências lógicas. A negação de uma implicação é equivalente à conjunção do antecedente com a negação do consequente.

$$p\wedge \sim q \equiv \sim (p \to q)$$

Pois $\sim (p \to q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p\wedge \sim q$.

Resposta: D) $\sim (p \to q)$

Questão 16

Resolução:

Da implicação "$x = 3 \Rightarrow y = 7$", podemos concluir logicamente o seu contrapositivo: "$y \neq 7 \Rightarrow x \neq 3$".

O contrapositivo de uma implicação verdadeira é sempre verdadeiro.

Resposta: C) Se $y \neq 7$, então $x \neq 3$

Questão 17

Resolução:

Um gráfico representa uma função quando cada valor de x está associado a no máximo um valor de y (teste da reta vertical).

Se uma reta vertical intersecta o gráfico em mais de um ponto, então esse gráfico não representa uma função.

Resposta: C) Gráfico (c)

Questão 18

Resolução:

Para uma função afim $f(x) = ax + b$ com $a = 2$ e $b = 8$:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 8 \\ f(2) &= 2(2) + 8 = 4 + 8 = 12 \\ a + f(2) &= 2 + 12 = 14 \end{aligned}$$

Resposta: C) 14

Questão 19

Resolução:

O custo total é composto por uma taxa fixa (inscrição) mais uma taxa variável (por sessão).

$$\begin{aligned} y &= \text{taxa fixa} + \text{taxa por sessão} \times \text{número de sessões} \\ y &= 500 + 1000x \end{aligned}$$

Resposta: E) $y = 1000x + 500$

Questão 20

Resolução:

Para que o gráfico intersecte o eixo das abcissas em apenas um ponto, o discriminante deve ser zero.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - kx + 9 \\ \Delta &= k^2 - 4(1)(9) = k^2 - 36 \\ \text{Para } \Delta = 0: \quad k^2 - 36 &= 0 \\ k^2 &= 36 \\ k &= \pm 6 \end{aligned}$$

Resposta: D) ± 6

Questão 21

Resolução:

Para uma equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, a soma das raízes é $-b/a$ e o produto é c/a. Igualamos essas expressões.

$$\begin{aligned} \text{Equação:} \quad (k-3)x^2 - 4kx + 1 &= 0 \\ \text{Soma das raízes:} \quad S &= \frac{4k}{k-3} \\ \text{Produto das raízes:} \quad P &= \frac{1}{k-3} \\ \text{Condição:} \quad S &= P \\ \frac{4k}{k-3} &= \frac{1}{k-3} \\ 4k &= 1 \\ k &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Resposta: C) $\frac{1}{4}$

Questão 22

Resolução:

Para encontrar o custo mínimo de uma função quadrática, calculamos o valor no vértice da parábola.

$$
\begin{aligned}
C(x) &= 2x^2 - 100x + 5000 \\
x_{\text{vértice}} &= -\frac{b}{2a} = -\frac{(-100)}{2(2)} = \frac{100}{4} = 25 \\
C_{\text{mínimo}} &= C(25) = 2(25)^2 - 100(25) + 5000 \\
&= 2(625) - 2500 + 5000 \\
&= 1250 - 2500 + 5000 = 3750
\end{aligned}
$$

Resposta: B) 3750

Questão 23

Resolução:

A inequação modular $|x| \leq 1$ significa que a distância de x à origem é no máximo 1.

$$|x| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Em notação de intervalos: $[-1, 1]$.

Resposta: D) $[-1, 1]$

Questão 24

Resolução:

Analisando o gráfico de uma parábola com concavidade para baixo, vértice no 2º quadrante e interseção negativa com o eixo y:

Concavidade para baixo:	$a < 0$
Duas raízes reais distintas:	$\Delta > 0$
Vértice no 2º quadrante:	$x_v < 0, y_v > 0 \Rightarrow b < 0$
Interseção com eixo y negativa:	$c < 0$

Resposta: A) $\Delta > 0; a < 0; b < 0; c < 0$

Questão 25

Resolução:

Para encontrar a função inversa, resolvemos $y = \frac{1}{x^2}$ para x, depois trocamos variáveis.

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{x^2} \\
x^2 &= \frac{1}{y} \\
x &= \frac{1}{\sqrt{y}} \quad \text{(tomando } x > 0\text{)} \\
f^{-1}(y) &= \frac{1}{\sqrt{y}} \\
f^{-1}(4) &= \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Resposta: B) $\frac{1}{2}$

Questão 26

Resolução:

Para resolver a inequação exponencial, convertemos o lado direito para a mesma base.

$$
\begin{aligned}
3^{x^2-1} &< 27 = 3^3 \\
x^2 - 1 &< 3 \\
x^2 &< 4 \\
|x| &< 2 \\
-2 &< x < 2
\end{aligned}
$$

Resposta: C) $]-2, 2[$

Questão 27

Resolução:

Calculamos a composição das funções passo a passo.

$$
\begin{aligned}
g(10) &= \log 10 = 1 \\
f(g(10)) &= f(1) = 2^{3(1)} = 2^3 = 8
\end{aligned}
$$

Resposta: B) 8

Questão 28

Resolução:

Simplificamos cada fração usando as propriedades dos fatoriais e depois somamos.

$$\frac{n!}{(n+1)!} = \frac{n!}{(n+1)\cdot n!} = \frac{1}{n+1}$$
$$\frac{(n+1)!}{(n+2)!} = \frac{(n+1)!}{(n+2)\cdot(n+1)!} = \frac{1}{n+2}$$
$$\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{(n+2)-(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n^2+3n+2}$$

Resposta: E) $\frac{1}{n^2+3n+2}$

Questão 29

Resolução:

Simplificamos a expressão no denominador e resolvemos a equação resultante.

$$\begin{aligned}
\frac{n!}{(n+2)!+(n+1)!} &= \frac{1}{48} \\
\frac{n!}{(n+1)![(n+2)+1]} &= \frac{1}{48} \\
\frac{n!}{(n+1)!(n+3)} &= \frac{1}{48} \\
\frac{1}{(n+1)(n+3)} &= \frac{1}{48} \\
(n+1)(n+3) &= 48 \\
n^2+4n+3 &= 48 \\
n^2+4n-45 &= 0 \\
(n+9)(n-5) &= 0
\end{aligned}$$

Como n deve ser positivo, $n = 5$.

Resposta: B) $n = 5$

Questão 30

Resolução:

Para formar números pares com 3 algarismos distintos usando 6,7,8,9, o último algarismo deve ser par (6 ou 8).

Casos:	Último algarismo 6 ou 8 (2 opções)
Primeiro algarismo:	3 opções restantes
Segundo algarismo:	2 opções restantes
Total:	$2 \times 3 \times 2 = 12$

Resposta: A) 12

Questão 31

Resolução:

Para uma progressão aritmética, o termo geral é $a_n = a_1 + (n-1)r$.

$$\begin{aligned} a_1 &= 5{,}65 \\ r &= 1{,}28 \\ a_5 &= 5{,}65 + (5-1) \times 1{,}28 \\ &= 5{,}65 + 4 \times 1{,}28 \\ &= 5{,}65 + 5{,}12 = 10{,}77 \end{aligned}$$

O número inteiro mais próximo é 11.

Resposta: C) 11

Questão 32

Resolução:

Para resolver este sistema, usamos as propriedades das progressões aritmética e geométrica.

$$\begin{aligned} \text{P.A.:} \quad & (1, a, b) \Rightarrow a - 1 = b - a \Rightarrow 2a = 1 + b \\ \text{P.G.:} \quad & (1, b, a) \Rightarrow \frac{b}{1} = \frac{a}{b} \Rightarrow b^2 = a \\ \text{Substituindo:} \quad & 2a = 1 + b \text{ e } b^2 = a \\ & 2b^2 = 1 + b \\ 2b^2 - b - 1 &= 0 \\ (2b+1)(b-1) &= 0 \end{aligned}$$

Como a P.G. não é constante, $b \neq 1$, logo $b = -\frac{1}{2}$ e $a = b^2 = \frac{1}{4}$.

Resposta: E) $\frac{1}{4}$

Questão 33

Resolução:

Contamos os dias entre 31 de maio e 23 de dezembro, considerando que 31 de maio foi quarta-feira.

$$\begin{aligned} \text{Dias de junho a novembro:} \quad & 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 = 183 \\ \text{Dias de dezembro:} \quad & 23 \\ \text{Total:} \quad & 183 + 23 = 206 \text{ dias} \\ & 206 \div 7 = 29 \text{ semanas e } 3 \text{ dias} \end{aligned}$$

3 dias após quarta-feira é sábado.

Resposta: D) Sábado

Questão 34

Resolução:

Para simplificar o produto de radicais, usamos a propriedade $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

$$\begin{aligned}
\sqrt{10+\sqrt{10}} \cdot \sqrt{10-\sqrt{10}} &= \sqrt{(10+\sqrt{10})(10-\sqrt{10})} \\
&= \sqrt{10^2 - (\sqrt{10})^2} \\
&= \sqrt{100-10} \\
&= \sqrt{90} = 3\sqrt{10}
\end{aligned}$$

Resposta: B) $3\sqrt{10}$

Questão 35

Resolução:

Baseando-se no gráfico: assíntota vertical em $x = -2$, zero em $x = -1$, e interseção com o eixo y em $(0, 1)$.

A função $f(x) = \log_2(x + 2)$ tem: - Assíntota vertical em $x = -2$ - Zero quando $x + 2 = 1$, ou seja, $x = -1$ - $f(0) = \log_2(2) = 1$

Resposta: C) $f(x) = \log_2(x + 2)$

Questão 36

Resolução:

Para a função $f(x) = \log_2(x + 2)$, o domínio é definido pela condição $x + 2 > 0$.

$$\begin{aligned}
x + 2 &> 0 \\
x &> -2
\end{aligned}$$

Em notação de intervalos: $x \in]-2, +\infty[$.

Resposta: B) $x \in \mathbb{R} :]-2, +\infty[$

Questão 37

Resolução:

Para a função $f(x) = \log_2(x+2)$, analisamos o comportamento quando x se aproxima de -2 pela direita.

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to-2^+} \log_2(x+2) &= \lim_{x\to-2^+} \log_2(x+2) \\
\text{Quando } x \to -2^+, \quad & x+2 \to 0^+ \\
\text{Logo } \log_2(x+2) &\to -\infty
\end{aligned}$$

Resposta: A) $\lim_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$

Questão 38

Resolução:

Para encontrar o domínio da função $f(x) = \sqrt{(3-2x)(2x+3)}$, o produto sob a raiz deve ser não-negativo.

$$
\begin{aligned}
&(3-2x)(2x+3) \geq 0 \\
\text{Raízes:} \quad & 3-2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\
& 2x+3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\
\text{Análise de sinal:} \quad & x \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]
\end{aligned}
$$

Números inteiros no domínio: $-1, 0, 1$. $m^2+n^2+p^2 = (-1)^2+0^2+1^2 = 1+0+1 = 2$.

Resposta: A) 2

Questão 39

Resolução:

Para analisar a continuidade em $x = 3$, simplificamos a função.

$$f(x) = \frac{x-3}{9-x^2} = \frac{x-3}{(3-x)(3+x)} = \frac{x-3}{-(x-3)(3+x)} = \frac{-1}{3+x}$$

Como a descontinuidade em $x = 3$ pode ser removida (simplificada), é uma descontinuidade eliminável.

Resposta: C) Descontinuidade eliminável

Questão 40

Resolução:

Questão 40

Resolução:

Calculamos a probabilidade usando os dados do diagrama.

$$
\begin{aligned}
\text{Só A:} \quad & 10 \\
\text{Só B:} \quad & 15 \\
\text{A} \cap \text{B:} \quad & 5 \\
\text{Nem A nem B:} \quad & 20 \\
\text{Total do universo U:} \quad & 10+15+5+20 = 50 \\
A \cup B &= 10+15+5 = 30 \\
P(A \cup B) &= \frac{30}{50} = 0{,}6 = 60\%
\end{aligned}
$$

Resposta: D) 60%

Questão 41

Resolução:

Usamos a fórmula da probabilidade da união e encontramos a interseção, depois calculamos o complemento.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ 0{,}6 &= 0{,}3 + 0{,}5 - P(A \cap B) \\ P(A \cap B) &= 0{,}8 - 0{,}6 = 0{,}2 = 20\% \\ P(\overline{B}) &= 1 - P(B) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 = 50\% \end{aligned}$$

Resposta: A) 50% e 20%

Questão 42

Resolução:

Organizamos os dados e calculamos a probabilidade condicional.

$$\begin{aligned} \text{Homens que praticam:} &\quad 38 \\ \text{Mulheres que praticam:} &\quad 46 \\ \text{Total que pratica:} &\quad 38 + 46 = 84 \\ P(\text{masculino}|\text{pratica}) &= \frac{38}{84} = \frac{19}{42} \approx 0{,}452 = 45{,}2\% \end{aligned}$$

Esta probabilidade está entre 42% e 46%.

Resposta: B) está entre 42% e 46%

Questão 43

Resolução:

Analisando o gráfico: função decrescente com concavidade para cima até $x = -1$ e para baixo após $x = -1$.

Para $x = -3$: concavidade para cima significa $f''(x) > 0$. Para outros pontos, a função é decrescente, logo $f'(x) < 0$. Os valores da função parecem ser negativos nas posições indicadas.

Resposta: E) $f''(-3)$ (pois pode ser positivo devido à concavidade para cima)

Questão 44

Resolução:

A função no gráfico 43 não possui assíntota horizontal, mas vimos que $y \to -\infty$ quando x cresce.

Resposta: C

Questão 45

Resolução:

Para uma parábola com concavidade para baixo e vértice em $(3, 2)$, a derivada $f'(x)$ tem comportamento específico.

$$\begin{aligned} \text{Como o vértice está em } x = 3: \quad & f'(3) = 0 \\ \text{Para } x < 3: \quad & f'(x) > 0 \text{ (função crescente)} \\ \text{Para } x > 3: \quad & f'(x) < 0 \text{ (função decrescente)} \end{aligned}$$

Das opções, apenas $f'(4) < 0$, pois $4 > 3$.

Resposta: E) $f'(4)$