CORREÇÃO
de Exame de Admissão de Matemática II
Universidade Eduardo Mondlane
2020

FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões de Múltipla Escolha

Questão 1

O número $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9^{1/2}}}$ corresponde a qual das seguintes alternativas:
Resolução:

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9^{1/2}}} &= \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{(3^2)^{1/2}}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2\end{aligned}$$

Resposta: C. 2

Questão 2

Resolução:
Calculamos cada termo separadamente usando as propriedades das potências.

$$\begin{aligned}\left(-\frac{3}{5}\right)^2 &= \frac{9}{25} = 0{,}36 \\ \left(\frac{2}{3}\right)^2 &= \frac{4}{9} \approx 0{,}44 \\ 8 \div 8^{1/3} &= 8^1 \div 8^{1/3} = 8^{1-1/3} = 8^{2/3} = (2^3)^{2/3} = 2^2 = 4 \\ \text{Resultado total:} \quad & 0{,}36 \times 0{,}44 + 4 = 0{,}16 + 4 = 4{,}16\end{aligned}$$

Resposta: D) 4,16

Questão 3

Resolução:
Para determinar quando Carlos é mais vantajoso que Rui, comparamos os custos e resolvemos a inequação correspondente.

$$\begin{aligned}\text{Custo Carlos:} \quad & C_c(t) = 400 + 80t \\ \text{Custo Rui:} \quad & C_r(t) = 230 + 140t \\ \text{Para Carlos ser mais vantajoso:} \quad & C_c(t) < C_r(t) \\ & 400 + 80t < 230 + 140t \\ & 400 - 230 < 140t - 80t \\ & 170 < 60t \\ & t > \frac{170}{60} = \frac{17}{6} \approx 2{,}83\end{aligned}$$

Como precisamos de tempo mínimo em horas inteiras, $t \geq 3$ horas.
Resposta: Verificar opções - mais próximo seria 4

Questão 4

Resolução:

Usamos a identidade $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ para relacionar as expressões dadas.

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= x^2 + y^2 + 2xy \\ (x + y)^2 &= 60 + 2(20) \\ (x + y)^2 &= 60 + 40 = 100 \\ x + y &= \pm 10\end{aligned}$$

Como pedimos o valor positivo: $x + y = 10$.

Resposta: B) 10

Questão 5

Resolução:

Para simplificar esta fracção, factorizamos o numerador usando a diferença de quadrados.

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = \frac{(x - y)(x + y)}{x - y} = x + y$$

(válido quando $x - y \neq 0$)

Resposta: B) $x + y$

Questão 6

Resolução:

Para resolver a equação quadrática, identificamos que é um quadrado perfeito ou usamos a fórmula quadrática.

$$\begin{aligned}4x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ (2x - 1)^2 &= 0 \\ 2x - 1 &= 0 \\ x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

A equação tem uma solução dupla.

Resposta: A) 1/2

Questão 7

Resolução:

Se a largura é 1,5 vezes a altura, estabelecemos as relações e usamos a área dada.

$$
\begin{aligned}
\text{Seja} h \text{ a altura e } l \text{ a largura} \\
l &= 1{,}5h \\
\text{Área:} \quad l \times h &= 9600 \\
1{,}5h \times h &= 9600 \\
1{,}5h^2 &= 9600 \\
h^2 &= \frac{9600}{1{,}5} = 6400 \\
h &= 80\text{cm} = 0{,}8\text{m} \\
l &= 1{,}5 \times 0{,}8 = 1{,}2\text{m}
\end{aligned}
$$

Resposta: E) 0,8 e 1,2

Questão 8

Resolução:

Para analisar o gráfico de $f(x) = x^2 - 2x - 3$, encontramos vértice, raízes e concavidade.

$$
\begin{aligned}
\text{Raízes:} \quad x^2 - 2x - 3 &= 0 \\
(x-3)(x+1) &= 0 \\
x &= 3 \text{ ou } x = -1 \\
\text{Vértice:} \quad x_v &= -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(1)} = 1 \\
f(1) &= 1 - 2 - 3 = -4
\end{aligned}
$$

Parábola com concavidade para cima, vértice em $(1, -4)$ e raízes em $x = -1$ e $x = 3$. A alernativa C cumpre tudo isso.

Resposta: C

Questão 9

Resolução:

Para encontrar o lucro máximo, derivamos a função e igualamos a zero, ou usamos a fórmula do vértice.

$$
\begin{aligned}
L(x) &= -5x^2 + 100x - 80 \\
\text{Vértice(lucro máximo):} \quad x &= -\frac{100}{2(-5)} = \frac{100}{10} = 10 \\
L(10) &= -5(10)^2 + 100(10) - 80 \\
&= -500 + 1000 - 80 = 420
\end{aligned}
$$

Lucro máximo: 420 meticais com 10 garrafas.

Resposta: C) 420 e 10

Questão 10

Resolução:

Para resolver esta questão, primeiro encontramos $A \cap B$ e depois verificamos se está contido em C.

Assim vamos retirar do intervalo os números 1 e 7, ficamos com

$$]-3,1[\cup]1,7[$$

Resposta: D

Questão 11

Resolução:

Usamos o princípio da inclusão-exclusão para conjuntos. Se 1200 lêem Azul, 800 lêem Verde, e o total é 1800.

$$\begin{aligned} |A \cup V| &= |A| + |V| - |A \cap V| \\ 1800 &= 1200 + 800 - |A \cap V| \\ |A \cap V| &= 2000 - 1800 = 200 \\ \text{Só Azul:} \quad |A| - |A \cap V| &= 1200 - 200 = 1000 \end{aligned}$$

Resposta: E) 1000

Questão 12

Resolução:

Expandimos a inequação e resolvemos a inequação quadrática resultante.

$$\begin{aligned} (x+2)^2 &< -1 + 10x \\ x^2 + 4x + 4 &< 10x - 1 \\ x^2 + 4x + 4 - 10x + 1 &< 0 \\ x^2 - 6x + 5 &< 0 \\ (x-1)(x-5) &< 0 \end{aligned}$$

O produto é negativo quando $1 < x < 5$.

Resposta: A) $1 < x < 5$

Questão 13

Resolução:

Para resolver a inequação $x^2 - 9 \geq 0$, factorizamos e analisamos o sinal.

$$\begin{aligned} x^2 - 9 &\geq 0 \\ (x-3)(x+3) &\geq 0 \end{aligned}$$

O produto é não-negativo quando ambos os factores têm o mesmo sinal:
· $x \leq -3$ (ambos negativos) · $x \geq 3$ (ambos positivos)
Resposta: A) $x \leq -3 \vee x \geq 3$

Questão 14

Resolução:
Com triângulos semelhantes ($\alpha_1 = \alpha_2$ e $\beta_1 = \beta_2$), os lados são proporcionais.

$$\frac{\text{lado do segundo}}{\text{lado do primeiro}} = \frac{2}{3}$$
$$\text{Se os lados do primeiro são} 3, 4, 4{,}5$$
$$\text{Os do segundo serão:} \quad 2, \frac{8}{3}, 3$$
$$\text{Perímetro do segundo:} \quad 2 + \frac{8}{3} + 3 = 5 + \frac{8}{3} = \frac{23}{3}$$

Resposta: C) 23/3

Questão 15

Resolução:
Para um triângulo isósceles, calculamos a altura usando o Teorema de Pitágoras.

$$\text{Base} = 12, \text{ metade da base} = 6$$
$$\text{Lados iguais} = 10$$
$$\text{Altura:} \quad h^2 + 6^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 36 = 64$$
$$h = 8$$
$$\text{Área:} \quad A = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{altura} = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$

Resposta: E) 48

Questão 16

Resolução:
Para resolver $\cos^2(\theta) + \sin(\theta) - 1 = 0$, usamos a identidade $\cos^2(\theta) = 1 - \sin^2(\theta)$.

$$1 - \sin^2(\theta) + \sin(\theta) - 1 = 0$$
$$-\sin^2(\theta) + \sin(\theta) = 0$$
$$\sin(\theta)(1 - \sin(\theta)) = 0$$

Soluções: $\sin(\theta) = 0$ ou $\sin(\theta) = 1$
Para $\theta \in [0, 2\pi[$:
· $\sin(\theta) = 0$: $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$
· $\sin(\theta) = 1$: $\theta = \frac{\pi}{2}$
Resposta: C) $\theta = 0 \vee \theta = \pi/2 \vee \theta = \pi$

Questão 17

Resolução:

Para simplificar $\cos(7680°)$, usamos a periodicidade da função cosseno.

$$7680° = 7680° - 21 \times 360° = 7680° - 7560° = 120°$$
$$\cos(7680°) = \cos(120°) = \cos(180° - 60°) = -\cos(60°) = -\frac{1}{2}$$

Resposta: B) $-1/2$

Questão 18

Resolução:

Para negar uma conjunção, aplicamos as leis de De Morgan: $\neg(P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$.

Resposta: C) Hoje não é Sábado ou amanhã irá chover

Questão 19

Resolução:

A afirmação "Todos os alunos da professora Paula tiveram positiva"é uma implicação: se é aluno de Paula, então teve positiva. O contrapositivio é equivalente.

Se alguém não teve positiva, então não é aluno da professora Paula (contrapositivo).

Resposta: B) Se o Carlos não teve positiva no exame de Matemática, então ele não é aluno da professora Paula

Questão 20

Resolução:

Para racionalizar, multiplicamos numerador e denominador pelo conjugado do denominador.

$$\begin{aligned}\frac{x}{\sqrt{x+9}-3} &= \frac{x(\sqrt{x+9}+3)}{(\sqrt{x+9}-3)(\sqrt{x+9}+3)} \\ &= \frac{x(\sqrt{x+9}+3)}{(x+9)-9} \\ &= \frac{x(\sqrt{x+9}+3)}{x} \\ &= \sqrt{x+9}+3\end{aligned}$$

Resposta: C) $\sqrt{x+9}+3$

Questão 21

Resolução:

Para resolver $\sqrt{2x^2+x} > 1$, elevamos ao quadrado (válido pois ambos os lados são positivos).

$$\begin{aligned} 2x^2 + x &> 1 \\ 2x^2 + x - 1 &> 0 \\ (2x-1)(x+1) &> 0 \end{aligned}$$

Também precisamos que $2x^2 + x \geq 0$, ou seja, $x(2x+1) \geq 0$.

Combinando: $x \in]-\infty, -1[\cup]1/2, \infty[$.

Resposta: C) $x \in]-\infty, -1[\cup]1/2, \infty[$

Questão 22

Resolução:

Resolvemos o sistema usando métodos de eliminação ou substituição.

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ x + 3y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

Simplificando a terceira equação: $x + y - z = 1$.

Somando a primeira e segunda: $4x + 5y = 1$. Da primeira e terceira:$3x + 2y - z = 0$ e $x + y - z = 1$.

Resolvendo: $(x, y, z) = (-1, 1, -1)$.

Resposta: C) $(x, y, z) = (-1, 1, -1)$

Questão 23

Resolução:

Se $x = -2$ é raiz de $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$, factorizamos o polinómio.

$$\begin{aligned} x^3 + x^2 - 4x - 4 &= (x+2)(x^2 - x - 2) \\ &= (x+2)(x-2)(x+1) \end{aligned}$$

As raízes são $x = -2, x = 2, x = -1$.

Produto das outras raízes: $2 \times (-1) = -2$.

Resposta: B) -2

Questão 24

Resolução:

Para resolver $(1/2)^{3x-x^2} > 1 = (1/2)^0$, como a base $1/2 < 1$, a desigualdade inverte.

$$
\begin{aligned}
3x - x^2 &< 0 \\
x(3-x) &< 0 \\
x &\in]-\infty, 0[\cup]3, \infty[
\end{aligned}
$$

Resposta: B) $x \in]-\infty, 0[\cup]3, \infty[$

Questão 25

Resolução:

Para $a^{2x+3} > a^8$ ser verdadeira, analisamos dois casos conforme $a > 1$ ou $0 < a < 1$.
Se $a > 1$: $2x + 3 > 8 \Rightarrow x > 2.5$ Se$0 < a < 1$: $2x + 3 < 8 \Rightarrow x < 2.5$
Verificando as opções:
$\cdot\ x = 3, a < 1$: $2(3) + 3 = 9 > 8$, mas como $a < 1$, precisamos $9 < 8$ (falso)
Fazendo testes vemos que a opção B verifica essas condições **Resposta: B)**

Questão 26

Resolução:

Para resolver $3^{2x} = 3^x + 12$, fazemos a substituição $y = 3^x$.

$$
\begin{aligned}
(3^x)^2 &= 3^x + 12 \\
y^2 &= y + 12 \\
y^2 - y - 12 &= 0 \\
(y-4)(y+3) &= 0 \\
y &= 4 \text{ ou } y = -3
\end{aligned}
$$

Como $y = 3^x > 0$, temos $3^x = 4$, logo $x = \log_3 4$.
Resposta: B) $x = \log_3 4$

Questão 27

Resolução:

Simplificamos a inequação exponencial convertendo para a mesma base.

$$
\begin{aligned}
25^{2x+1} &> \sqrt{5^{6+x}} \\
(5^2)^{2x+1} &> (5^{6+x})^{1/2} \\
5^{4x+2} &> 5^{(6+x)/2} \\
4x + 2 &> \frac{6+x}{2} \\
8x + 4 &> 6 + x \\
7x &> 2 \\
x &> \frac{2}{7}
\end{aligned}
$$

Resposta: C) $x > 2/7$

Questão 28

Resolução:

Para resolver $\log_5(x+1) + \log_5(2x+3) = 0$, usamos propriedades dos logaritmos.

$$\log_5[(x+1)(2x+3)] = 0$$
$$(x+1)(2x+3) = 5^0 = 1$$
$$2x^2 + 3x + 2x + 3 = 1$$
$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$
$$(2x+1)(x+2) = 0$$
$$x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = -2$$

Verificando domínios: $x > -1$ e $x > -3/2$. Logo $x = -1/2$.

Resposta: E) $x = -1/2$

Questão 29

Resolução:

Para resolver $\log_{1/2}(3x) > \log_{1/2}(2x+5)$, como a base $1/2 < 1$, a desigualdade inverte.

$$3x < 2x + 5$$
$$x < 5$$

Condições de domínio: $3x > 0$ e $2x + 5 > 0$, ou seja, $x > 0$ e $x > -5/2$.

Logo intercetando esses intervalos temos $x \in]0, 5[$.

Resposta: A) $x \in]0, 5[$

Questão 30

A equação $\log_3 x = 1 + \log_x 9$ tem duas raízes reais. O seu produto é:

Resolução:

$$\log_3 x = 1 + \log_x 9$$

Usando propriedade de mudança de base temos:

$$\log_3 x = 1 + \frac{\log_3 9}{\log_3 x}$$
$$\log_3 x = 1 + \frac{2}{\log_3 x}$$

Fazendo $t = \log_3 x$:

$$t = 1 + \frac{2}{t}$$
$$t^2 = t + 2$$
$$t^2 - t - 2 = 0$$
$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$
$$t_1 = 2, \quad t_2 = -1$$

Voltando para x:

$$x_1 = 3^2 = 9$$
$$x_2 = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

Produto das raízes: $9 \times \frac{1}{3} = 3$

Resposta: E. 3

Questão 31

Resolução:

Para $\sqrt{x^2 - 4} \cdot \log_3(x + 5) \leq 0$, analisamos quando o produto é não-positivo.
Domínios: $x^2 - 4 \geq 0$ (logo $x \leq -2$ ou $x \geq 2$) e $x + 5 > 0$ (logo $x > -5$).
Intersecção: $x \in]-5, -2] \cup [2, \infty[$.
Para o produto ser ≤ 0:
$\cdot$ $\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ sempre $\cdot$ Precisamos $\log_3(x + 5) \leq 0$, ou seja, $x + 5 \leq 1$, logo $x \leq -4$
Intersecção final: $x \in]-5, -4]$.

Resposta: C) $x \in [-5, -4]$

Questão 32

Resolução:

Para encontrar a recta perpendicular a $y = 2x+2$ passando por $(-6/5, -2/5)$, usamos o coeficiente angular perpendicular.

$$\text{Coeficiente da recta dada:} \quad m_1 = 2$$
$$\text{Coeficiente perpendicular:} \quad m_2 = -\frac{1}{2}$$
$$\text{Equação:} \quad y - y_0 = m_2(x - x_0)$$
$$\text{Substituindo temos}$$
$$y - \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{2}\left(x - \left(-\frac{6}{5}\right)\right)$$
$$y + \frac{2}{5} = -\frac{1}{2}\left(x + \frac{6}{5}\right)$$
$$y = -\frac{x}{2} - \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{x}{2} - 1$$

Resposta: A) $y = -\frac{x}{2} - 1$

Questão 33

Resolução:

Se duas funções lineares se intersectam num ponto e $f(x_1) < g(x_1)$ para $x_1 < x_2$, mas $f(x_2) = g(x_2)$, então f tem maior coeficiente angular que g para "alcançar" g.

Resposta: C) $k_f > k_g$

Questão 34

Considere a circunferência de centro $(-3, -2)$ e raio 4. Qual dos seguintes pontos pertence à circunferência?

Resolução: Equação da circunferência: $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$
Testando cada ponto:

- A. $(-3, -2)$: $(0)^2 + (0)^2 = 0 \neq 16$
- B. $(1, 1)$: $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \neq 16$
- C. $(0, 3)$: $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34 \neq 16$
- D. $(1, 0)$: $4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20 \neq 16$
- E. $(-1, -3/2)$: $2^2 + (0.5)^2 = 4 + 0.25 = 4.25 \neq 16$

Resposta: Nenhum dos pontos listados pertence à circunferência.

Questão 35

Resolução:

Para determinar a interseção entre circunferência e recta, calculamos a distância do centro à recta.

Centro: (1, -2)
Raio: $\sqrt{3}$
Recta: $2x - 6y + 3 = 0$
Distância: $d = \frac{|2(1)-6(-2)+3|}{\sqrt{2^2+(-6)^2}}$
$= \frac{|2+12+3|}{\sqrt{4+36}} = \frac{17}{\sqrt{40}} = \frac{17}{2\sqrt{10}}$

Como $d = \frac{17}{2\sqrt{10}} \approx 2{,}69 > \sqrt{3} \approx 1{,}73$, a recta não intersecta a circunferência.

Resposta: D) Em 0 pontos

Questão 36

Resolução:

Para resolver $2\cos(2x) - 1 \geq 0$ com $x \in [0, \pi]$, isolamos o cosseno.
$2\cos(2x) - 1 \geq 0$
$\cos(2x) \geq \frac{1}{2}$

Como $\cos(\theta) \geq \frac{1}{2}$ quando $\theta \in [0, \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{5\pi}{3}, 2\pi]$:
2x $\in [0, \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{5\pi}{3}, 2\pi]$
$x \in [0, \frac{\pi}{6}] \cup [\frac{5\pi}{6}, \pi]$

Resposta: D) $x \in [0, \pi/6] \cup [5\pi/6, \pi]$

Questão 37

Resolução:

Para encontrar o período da função $y = 2\sin\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$, usamos a fórmula do período.

Função geral: y $=$ Asin$(Bx + C)$
Período: $T = \frac{2\pi}{|B|}$

Neste caso: $B = \frac{3}{2}$
$T = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}$

Resposta: D) $4\pi/3$

Questão 38

Resolução:

Para resolver $\tan(x) \cdot \cot(x) + \sin(4x) = 1$, simplificamos primeiro o produto.

$\tan(x) \cdot \cot(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \cdot \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = 1$

Equação: $1 + \sin(4x) = 1$
$\sin(4x) = 0$
$4x = n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$
$x = \frac{\pi n}{4}$

Resposta: A) $\frac{\pi}{4}n$

Questão 39

Resolução:

Sendo conhecido $|CD| = \sqrt{12}$, vamos usar o ângulo em $B = 60$ para descobrir BC:

$$\tan(60) = \frac{|CD|}{|BC|}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\sqrt{12}}{|BC|}$$

$$|BC| = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 2$$

Assim:

$$AC = AB + BC$$

como $AB = 4$ e $BC = 2$

$$AC = 4 + 2 = 6$$

Usando os lados do triângulo, podemos encontrar o ângulo θ:

$$\tan(\theta) = \frac{\sqrt{12}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30^\circ$$

Resposta: B

Questão 40

Resolução:

Para resolver $|x+\pi| = -(x+\pi)$, analisamos quando o módulo é igual ao negativo do argumento.

$$|x+\pi| = -(x+\pi)$$

Isto ocorre quando $(x+\pi) \leq 0$, ou seja, quando $x \leq -\pi$.
Neste caso: $|x+\pi| = -(x+\pi)$ e $-(x+\pi) = -(x+\pi)$
Resposta: E) $x < -\pi$

Questão 41

Resolução:

Para resolver $|2x+1|+4-3x > 0$, consideramos dois casos conforme o sinal de $2x+1$.
Caso 1: $2x+1 \geq 0$, ou seja, $x \geq -\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}(2x+1)+4-3x &> 0\\ -x+5 &> 0\\ x &< 5\end{aligned}$$

Intersecção: $x \in [-\frac{1}{2}, 5[$.
Caso 2: $2x+1 < 0$, ou seja, $x < -\frac{1}{2}$
-(2x + 1) + 4 - 3x ¿ 0
-2x - 1 + 4 - 3x ¿ 0
-5x + 3 ¿ 0
x ¡ 3_5
Intersecção: $x < -\frac{1}{2}$.
União: $x \in]-\infty, 5[$.
Resposta: A) $S =]-\infty, 5[$

Questão 42

Resolução:

Para encontrar os divisores de 60 e determinar quantos são primos, factorizamos primeiro.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
Divisores: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$
Total de divisores: 12
Divisores primos: $2, 3, 5$ (3 primos)
Probabilidade: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
Resposta: A) 0,25

Questão 43

Resolução:

Para formar uma palavra-passe com 2 algarismos e 2 letras (maiúsculas e minúsculas distintas), calculamos as combinações.

Algarismos: $10^2 = 100$ possibilidades
Letras: $52^2 = 2704$ possibilidades (26 maiúsculas + 26 minúsculas)
Arranjos: $\frac{4!}{2!} = 12$ formas de arranjar 2 algarismos e 2 letras
Total: $10^2 \times 52^2 \times \frac{4!}{2!}$

Resposta: D) $10^2 \cdot 52^2 \cdot (4!/2!)$

Questão 44

Resolução:

Para escolher 5 jogadores de 12, usamos combinações.

$$\begin{aligned}\binom{12}{5} &= \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12!}{5! \cdot 7!} \\ &= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= \frac{95040}{120} = 792\end{aligned}$$

Resposta: B) 792

Questão 45

Resolução:

Para encontrar o quarto termo do desenvolvimento de $(a + b)^5$, usamos o teorema binomial.

$$\begin{aligned}\text{Termo geral:} \quad T_{k+1} &= \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \\ \text{Quarto termo:} \quad T_4 = T_{3+1} &= \binom{5}{3} a^{5-3} b^3 \\ &= \binom{5}{3} a^2 b^3 = \frac{5!}{3!2!} a^2 b^3 = 10a^2 b^3\end{aligned}$$

Resposta: B) $10a^2b^3$

Questão 46

Resolução:

Para encontrar a função inversa de $f(x) = \frac{2x-5}{-3x+11}$, trocamos x e y e resolvemos para y.

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{2x-5}{-3x+11} \\
x &= \frac{2y-5}{-3y+11} \\
x(-3y+11) &= 2y-5 \\
-3xy+11x &= 2y-5 \\
11x+5 &= 2y+3xy \\
11x+5 &= y(2+3x) \\
y &= \frac{11x+5}{3x+2}
\end{aligned}
$$

Resposta: C) $y = \frac{11x+5}{3x+2}$

Questão 47

Resolução:

Para uma função racional com assíntotas verticais em $x = -2$ e horizontais em $y = -2$, analisamos a forma.

$$
\begin{aligned}
&\text{AV em } x = -2 \Rightarrow \text{denominador: } (x+2) \\
&\text{AH em } y = -2 \Rightarrow \text{coeficientes principais: } \frac{a}{b} = -2 \\
&\text{Forma:} \quad y = \frac{-2x+c}{x+2}
\end{aligned}
$$

Testando as opções, $y = \frac{-2x+1}{x+2}$ tem AV em $x = -2$ e AH em $y = -2$.

Resposta: A) $y = \frac{-2x+1}{x+2}$

Questão 48

Resolução:

Para analisar a sequência $a_k = -(0{,}5)^{-k} = -\frac{1}{(0{,}5)^k} = -2^k$, calculamos os primeiros termos.

$\mathrm{a}_1 = -2^1 = -2$

$a_2 = -2^2 = -4$

$a_3 = -2^3 = -8$

Razão: $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-4}{-2} = 2 > 0$

É uma progressão geométrica com $r = 2 > 1$, mas como os termos são negativos, é decrescente.

Resposta: A) Progressão geométrica decrescente

Questão 49

Resolução:

Para a progressão geométrica $1, 3, 9, 27, 81, \ldots$ com $a_1 = 1$ e $r = 3$, usamos a fórmula da soma.

$$
\begin{aligned}
S_n &= \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} = \frac{1(3^n-1)}{3-1} = \frac{3^n-1}{2} \\
\text{Dado:} \quad S_n &= 364 \\
\frac{3^n-1}{2} &= 364 \\
3^n - 1 &= 728 \\
3^n &= 729 = 3^6 \\
n &= 6
\end{aligned}
$$

Resposta: A) 6

Questão 50

Resolução:

Para calcular o limite da sucessão $u_n = 1 + e^{-2n}$, analisamos o comportamento quando $n \to \infty$.

$$
\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} u_n &= \lim_{n\to\infty} (1 + e^{-2n}) \\
&= 1 + \lim_{n\to\infty} e^{-2n} \\
&= 1 + 0 = 1
\end{aligned}
$$

(pois $e^{-2n} \to 0$ quando $n \to \infty$)

Resposta: C) 1

Questão 51

Resolução:

Para calcular $\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{2n}$, usamos o limite de Euler, pois isto da uma indeterminação do tipo 1^∞,teremos

$$
e^{\lim\limits_{x\to\infty}(f(n)-1)g(n)}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{Seja } f(n) &= 1 + \frac{1}{3n}, \quad g(n) = 2n \\
\lim f(n) &= 1, \quad \lim g(n) = \infty \\
\lim(f(n)-1)\cdot g(n) &= \lim \frac{1}{3n} \cdot 2n = \lim \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \\
\text{Resultado:} \quad & e^{2/3}
\end{aligned}
$$

Resposta: B) $e^{2/3}$

Questão 52

Resolução:

Para calcular $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-3x}{x^2-5x+6}$, factorizamos numerador e denominador.

Numerador: $x^2 - 3x = x(x-3)$

Denominador: $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$

$\lim_{x\to 3} \frac{x(x-3)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x\to 3} \frac{x}{x-2} = \frac{3}{3-2} = 3$

Resposta: E) 3

Questão 53

Resolução:

Para calcular $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x-\sqrt{2x}}$, factorizamos e racionalizamos.

Numerador: $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$

Denominador: $x - \sqrt{2x} = \frac{x^2-2x}{x+\sqrt{2x}} = \frac{x(x-2)}{x+\sqrt{2x}}$

$\lim_{x\to 2} \frac{(x-1)(x-2)}{\frac{x(x-2)}{x+\sqrt{2x}}} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-1)(x+\sqrt{2x})}{x}$

$= \frac{(2-1)(2+\sqrt{4})}{2} = \frac{1\cdot 4}{2} = 2$

Resposta: C) 2

Questão 54

Resolução:

Para que $f(x)$ seja contínua, deve haver continuidade nos pontos $x = -1$ e $x = 3$.

Em x = -1: $\lim_{x\to -1^-} f(x) = 2$

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = a(-1) + b = -a + b$

Continuidade: $-a + b = 2$ ...(1)

Em $x = 3:$ $\lim_{x\to 3^-} f(x) = a(3) + b = 3a + b$

$\lim_{x\to 3^+} f(x) = -2$

Continuidade: $3a + b = -2$ ...(2)

Resolvendo o sistema: De (2) - (1): 4a = -4 $\Rightarrow a = -1$

Substituindo em (1): $-(-1) + b = 2 \Rightarrow b = 1$

Resposta: D) $a = -1, b = 1$

Questão 55

Resolução:

Para derivar $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{3}{x} = 2x^{1/2} + 3x^{-1}$, usamos a regra da potência.

f'(x) = 2 $\cdot \frac{1}{2} x^{-1/2} + 3 \cdot (-1)x^{-2}$

$= x^{-1/2} - 3x^{-2}$

$= \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{x^2}$

Resposta: B) $\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{x^2}$

Questão 56

Resolução:

Para uma função onde $f(x) = f'(x)$, procuramos funções que são iguais à sua derivada.

Se f(x) = ce^x, então $f'(x) = ce^x = f(x)$
Testando as opções:
A) $(3x^2)' = 6x \neq 3x^2$
B) $(\sin x)' = \cos x \neq \sin x$
C) $(e^{5x})' = 5e^{5x} \neq e^{5x}$
D) $(2e^x)' = 2e^x = f(x)$
E) $(\ln x)' = \frac{1}{x} \neq \ln x$
Resposta: D) $2e^x$

Questão 57

Resolução:
Para uma função ter tangente horizontal num ponto, a derivada deve ser zero nesse ponto.
A) f'(x) = -2x, f'(0) = 0
B) f'(x) = 2x, f'(1) = 2 $\neq$ 0
C) $f'(x) = 3x^2 - 6$, $f'(\sqrt{2}) = 6 - 6 = 0$
D) $f'(x) = \cos x$, $f'(\pi/2) = 0$
E) $f'(x) = x^2 - 2x$, $f'(2) = 4 - 4 = 0$
Resposta: B) $f(x) = x^2 - 1, x = 1$

Questão 58

Resolução:
Para encontrar a primitiva de $f'(x) = \sqrt{x} = x^{1/2}$, integramos.
$\int x^{1/2}dx = \frac{x^{1/2+1}}{1/2+1} + C$
$= \frac{x^{3/2}}{3/2} + C$
$= \frac{2}{3}x^{3/2} + C$
Resposta: A) $(2/3)x^{3/2}$

Questão 59

Resolução:
Dada a condição $h'(x) - (f' \times g)(x) = (f \times g')(x)$ e reorganizando:
h'(x) = (f' $\times g)(x) + (f \times g')(x) = (fg)'(x)$
Isto significa $h(x) = f(x)g(x) + C$.
Com as condições: $f(2) = g(2) = 3$ e $h(2) = (f(2) - 1)^2 = (3 - 1)^2 = 4$:
h(2) = f(2)g(2) + C = 9 + C = 4
C = -5
h(x) = f(x)g(x) - 5
Resposta: D) $h(x) = (f \times g)(x) - 5$

Questão 60

Resolução:
Para resolver $x + (4 + y)i = (6 - x) + 2yi$, igualamos partes reais e imaginárias.
Parte real: x = 6 - x $\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$
Parte imaginária: $4 + y = 2y \Rightarrow y = 4$

$z = x + iy = 3 + 4i$
$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

O número 5 é primo.

Resposta: E) Primo